

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по НИР Федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего
образования «Саратовский национальный
исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского»

Алексей Александрович Короновский



« 14 » мая 2018г.

ОТЗЫВ

ведущей организации ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского» на диссертацию Р.А. Ковалевского «Весовые псевдодифференциальные операторы и граничные задачи для вырождающихся эллиптических и параболических уравнений», представленной на соискание ученой степени кандидата физико – математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа Р.А. Ковалевского является теоретическим исследованием граничных задач для вырождающихся эллиптических и параболических уравнений. Целью работы является исследование нового класса весовых псевдодифференциальных операторов с переменным символом, зависящим от комплексного параметра, и применение свойств этих операторов для получения априорных оценок и доказательства теорем о существовании решений граничных задач в полупространстве для вырождающихся уравнений. Несмотря на то, что работа носит теоретический характер, результаты работы являются важными для эффективного описания и анализа математических моделей стационарных диффузионных, магнитных и электрических процессов в анизотропных средах. Развитые в диссертационной работе методы позволяют также исследовать эти процессы в многокомпонентных анизотропных средах в случае существенного влияния границ сред на процессы, происходящие внутри областей.

Математический анализ таких задач был начат в фундаментальных работах М. В. Келдыша, Ф. Трикоми, А. В. Бицадзе. Дальнейшее развитие для уравнений второго порядка эта теория получила в работах О. А. Олейник, С. Г. Михлина, М. И. Вишика, Д. Кона, Л. Ниренберга. Краевые задачи для уравнений высокого порядка при «степенном» характере вырождения были изучены в работах М. И. Вишика и В. В. Грушина. Некоторые результаты для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка при произвольном характере вырождения были получены В. П. Глушко, С. З. Левендорским, С. Л. Исхоковым, А.Д. Баевым. Начально – краевая задача для вырождающегося параболического уравнения

была изучена В.П. Глушко и В.П. Богатовой. Сказанное выше подтверждает актуальность диссертации, новизну полученных в ней результатов.

Остановимся подробнее на основных результатах диссертации.

Во введении содержится обзор достижений по рассмотренной тематике, формулируются основные результаты работы.

В главе 1 исследуются весовые псевдодифференциальные операторы, определенные с помощью специального интегрального преобразования F_α .

Преобразование F_α переводит оператор весового дифференцирования

$$D_{\alpha,t} = \frac{1}{i} \sqrt{\alpha(t)} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{\alpha(t)}$$

в оператор умножения на двойственную переменную.

Весовой псевдодифференциальный оператор определяется формулой

$$K^{(\sigma)}(p,t,D_x,D_{\alpha,t})v(x,t) = F_{\xi \rightarrow x}^{-1} F_\alpha^{-1} [\lambda(p,t,\xi,\eta) F_\alpha F_{x \rightarrow \xi} [v(x,t)]] .$$

Символ этого оператора зависит от комплексного параметра p .

Доказываются следующие утверждения. Теорема о композиции весовых псевдодифференциальных операторов, теорема об ограниченности весовых псевдодифференциальных операторов в специальных весовых пространствах, теоремы о коммутации весовых псевдодифференциальных операторов с операторами дифференцирования, а также теоремы о предельных при $t \rightarrow +0$ и $t \rightarrow +\infty$ значениях весовых псевдодифференциальных операторов с переменным символом. В главе 1 устанавливается также связь весовых псевдодифференциальных операторов с некоторыми интегральными операторами, исследуются свойства сопряженного оператора к весовому псевдодифференциальному оператору и доказываются аналог неравенства Гординга для весовых псевдодифференциальных операторов.

Во второй главе диссертации устанавливаются коэрцитивные априорные оценки решений граничных задач в полупространстве для вырождающихся псевдодифференциальных уравнений, содержащих весовой псевдодифференциальный оператор с переменным символом, зависящим от комплексного параметра, и оператор дифференцирования.

Третья глава диссертации посвящена доказательству теорем о существовании и единственности решений граничных задач, рассмотренных во второй главе.

В четвертой главе диссертации получены коэрцитивные априорные оценки решений общих граничных задач для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка с переменными коэффициентами, зависящими от комплексного параметра. Априорные оценки доказаны в весовых пространствах С.Л. Соболева. Для доказательства априорных оценок применен оригинальный метод, основанный на построении разделяющего

оператора типа оператора Лере – Сакамото. В результате условие дополнительности сформулировано в простой алгебраической форме и является аналогом условия Шапиро – Лопатинского для вырождающихся эллиптических уравнений. Примененный в этой главе метод позволяет доказывать априорные оценки решений не только для дифференциальных вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, но и для псевдодифференциальных уравнений общего вида с вырождением.

В пятой главе диссертации строится регуляризатор общей граничной задачи для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка с переменными коэффициентами, зависящими от комплексного параметра. При достаточно больших по модулю значениях параметра доказана теорема о существовании и единственности решения такой задачи. Существование решения доказано в специальных весовых пространствах типа пространств С.Л. Соболева.

В шестой главе диссертации получены априорные оценки решений и доказаны теоремы о существовании и единственности решения начально – краевой задачи для вырождающегося параболического уравнения высокого порядка с переменными коэффициентами. Рассматривается случай вырождения по пространственной переменной.

В качестве недочетов отметим имеющиеся в диссертации опечатки. Так, например, в правой части равенства (1.3.3) на странице 35 знак минус следует заменить на плюс, в оценке (4.1.14) у одной из констант неверно указан индекс (должно быть написано C_{k-1}), в правой части неравенства (5.1.28) на странице 139 вместо индекса 1 следует писать индекс l . Отмеченные недочеты не влияют на хорошее впечатление от диссертации.

Таким образом, в диссертационной работе Р. А. Ковалевского исследуется новый класс вырождающихся псевдодифференциальных операторов с переменным символом, зависящим от комплексного параметра. На основе полученных свойств этих операторов устанавливаются коэрцитивные априорные оценки и доказываются теоремы о существовании решений граничных задач типа задач Дирихле для вырождающихся псевдодифференциальных уравнений частного вида, устанавливаются коэрцитивные априорные оценки и доказываются теоремы о существовании решений общих граничных задач для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка с переменными коэффициентами, зависящими от комплексного параметра, устанавливаются априорные оценки и доказываются теоремы о существовании и единственности решений начально – краевой задачи для вырождающегося параболического уравнения высокого порядка с переменными коэффициентами в случае вырождения по пространственной переменной.

Оценивая в целом диссертацию Р.А. Ковалевского, можно с уверенностью утверждать, что его работа вносит серьезный вклад в исследование псевдодифференциальных операторов с вырождением и граничных задач для вырождающихся эллиптических и параболических уравнений. Диссертация содержит полные и строгие доказательства всех результатов, точные и подробные ссылки на цитируемую литературу. Результаты, полученные в диссертации, своевременно опубликованы в 14 научных работах, из которых 5 научных работ входит в список ВАК РФ. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Полученные в диссертации результаты и разработанные в ней методы несомненно будут полезными в научных исследованиях, проводимых в институте математики СО АН РФ, в Московском, Санкт – Петербургском, Новосибирском, Саратовском, Самарском и Южном Федеральном университетах.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Р.А. Ковалевского «Весовые псевдодифференциальные операторы и граничные задачи для вырождающихся эллиптических и параболических уравнений» по своему научному уровню, практической значимости, степени новизны полученных результатов соответствует всем требованиям п. 9 – 11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Ковалевский Ростислав Александрович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв одобрен на заседании кафедры дифференциальных уравнений и прикладной математики ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского», протокол № 10 от 10 мая 2018 года.

Заведующий кафедрой
дифференциальных уравнений и
прикладной математики, доктор
физико-математических наук,
профессор
410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83
KhromovAP@info.sgu.ru
Тел. 8 (8452) 26-15-54



Август Петрович Хромов

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

